



8. Übung

1. Betrachtet werde ein Bezugssystem Σ' , das mit $\vec{\omega} = \text{const}$ rotiert und dessen Ursprung mit dem des Inertialsystems Σ zusammenfällt.

(a) Welche Kraft ist erforderlich, damit ein Teilchen mit der Masse m in Σ' am Ort \vec{r}_o ruht?

(b) Nun ruhe das Teilchen im Inertialsystem Σ am Ort \vec{r}_o .

Wie lautet dann die Bewegungsgleichung des Teilchens in Σ' ?

Was ergibt sich für die Teilchengeschwindigkeit \vec{v}' ?

(*) Was ergibt sich für $x'_{oi}(t)$ (Komponenten von \vec{r}_o relativ zur rotierenden Basis)?

Hinweis: Transformationsmatrix $\alpha(t)$ bestimmen.

2. Zeigen Sie, dass in einem Laborsystem Σ' auf der Oberfläche der rotierenden Erde die folgende Bewegungsgleichung gilt: $m\ddot{\vec{r}}' = m\vec{g} + \vec{F} - 2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}'$, dabei sind $\vec{\omega}$ die Winkelgeschwindigkeit der Erde, \vec{F} die Kräfte *ohne* Schwerkraft; welche genaue Bedeutung hat dann \vec{g} ? (Beachten Sie die Größenordnung der verschiedenen Terme und machen Sie gerechtfertigte Vernachlässigungen.)

3. Auf der Erde (geographischen Breite ψ) werde folgendes Labor-Koordinatensystem benutzt (die Striche an den Basisvektoren und Koordinaten des rotierenden Systems seien der Einfachheit halber weggelassen!): \vec{e}_z senkrecht nach oben, \vec{e}_x nach Osten, \vec{e}_y nach Norden.

Lösen Sie die Bewegungsgleichung eines harmonischen Oszillators in der $(x-y)$ -Ebene, also die Gleichung

$$m\ddot{\vec{r}} = -m\omega_0^2 \vec{r} - 2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}; \quad \text{mit: } \vec{r}(0) = (a, 0), \quad \dot{\vec{r}}(0) = \vec{0}.$$

Das ist das Modell eines FOUCAULTSchen Pendels (Länge l) bei *kleinen* Ausschlägen ($a \ll l$); es gilt dann $\omega_0^2 = g/l$ (Begründung!). Diskutieren Sie Ihr Ergebnis.

Hinweis: Lösen Sie die beiden gekoppelten Differentialgleichungen für $x(t)$ und $y(t)$, indem Sie zunächst *eine* Differentialgleichung für die *komplexe* Grösse $\mathcal{Z} = x + iy$ gewinnen (zweite Gleichung mit i multiplizieren und zur ersten hinzuaddieren). Diese Differentialgleichung für \mathcal{Z} lässt sich mit dem Ansatz $\mathcal{Z} = Ce^{\lambda t}$ lösen.

Hausaufgabe (Abgabe in Vorlesung am 28.5.)

Bei der Streuung von α -Teilchen mit einer Energie von 40 MeV beim Durchgang durch eine Goldfolie ($Z = 79$) werden die ersten Abweichungen von der RUTHERFORDSchen Streuformel beim Ablenkwinkel 90° festgestellt. Man schätze die Größenordnung des Kernradius ab. *Hinweis:* $1 \text{ eV} = 1.8 \cdot 10^{-19} \text{ Js}$.