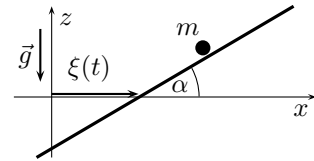
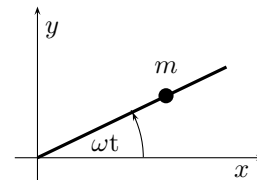


9. Übung

1. Eine schiefe Ebene bilde mit der Horizontalen (x -Achse) den Winkel α . Die Ebene sei in x -Richtung der gegebenen Bewegung $\xi(t)$ (mit $\xi(0) = 0, \dot{\xi}(0) = 0$) unterworfen. Auf der Ebene kann sich eine Masse m unter dem Einfluss der Schwerkraft bewegen. Behandeln Sie dieses Problem mit den LAGRANGE-Gleichungen 1. Art (Anfangsbedingung: $\vec{r}(0) = 0, \dot{\vec{r}}(0) = 0$). Diskutieren Sie den Spezialfall $\ddot{\xi} = b = \text{const}$ und $g = 0$.



2. Diskutieren Sie die Bewegung einer auf einem gleichförmig rotierenden Draht reibungslos gleitenden Perle. Finden Sie eine geeignete generalisierte Koordinate, konstruieren Sie die LAGRANGE-Funktion des Systems und lösen Sie die zugehörige Bewegungsgleichung.



3. Betrachten Sie die Bewegung eines Teilchens der Masse m im Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t)$. Die Bewegung unterliege keinen Zwangsbedingungen. Nutzen Sie als generalisierte Koordinaten Zylinderkoordinaten.

- (a) Leiten Sie Ausdrücke für die generalisierten Kraftkomponenten Q_k her.
- (b) Im Folgenden werde das Kraftfeld durch das Potential $V(\vec{r}) = \frac{\alpha}{|\vec{e}_z \times \vec{r}|}$ ($\alpha = \text{const}$) erzeugt. Finden Sie die zugehörige LAGRANGE-Funktion.
- (c) Welche Erhaltungssätze gelten für dieses System?
- (d) Geben Sie die Bahnkurve des Teilchens an, indem Sie mit einem bereits gelösten Problem vergleichen.

(bitte wenden)

Hausaufgabe (Abgabe in Vorlesung am 11.6.)

(Bitte versehen Sie Ihre Hausaufgabe mit Ihrer Matrikelnummer!)

Über eine feste Rolle (Masse vernachlässigbar) laufe ein Seil, an dessen einem Ende ein Affe A und an dessen anderem Ende ein gleichschweres Gewicht G hängt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ruhen Affe und Gewicht. Danach beginnt der Affe mit einer (gegebenen) Geschwindigkeit $v(t)$ relativ zum Seil emporzuklettern.

- (a) Untersuchen Sie die Bewegung von Affe und Gewicht mit Hilfe der LAGRANGE-Gleichungen 1. Art. Formulieren Sie die auftretenden Zwangsbedingungen und lösen Sie die Bewegungsgleichungen für Affe und Gewicht. Berechnen Sie die auftretenden Zwangskräfte.

- (b) Finden Sie die LAGRANGE-Funktion für den Fall eines Affen der schwerer als das Gewicht G ist und nicht am Seil hochklettert. Leiten Sie die Bewegungsgleichung für die generalisierte Koordinate ab. Lösen Sie diese, indem Sie annehmen zum Zeitpunkt $t = 0$ ruhen Affe und Gewicht und beide befinden sich auf gleicher Höhe.

