

**Prüfungsfragen für die Vordiplomprüfung in  
M A T H E M A T I K  
für Physiker**

1. Der Begriff des metrischen Raumes. Grenzwert einer Folge. Eigenschaften konvergenter Zahlenfolgen. Monotone Folgen
2. Vollständige metrische Räume. Der BANACHsche Fixpunktsatz
3. Der Intervallschachtelungssatz und der Satz von BOLZANO-WEIERSTRASS
4. Der Grenzwert einer Abbildung in einem Punkt. Charakterisierung und Eigenschaften
5. Das CAUCHYSche Konvergenzkriterium für Funktionen
6. Stetige Abbildungen und Funktionen. Urbildcharakterisierung. Lokale Beschränktheit und lokaler Vorzeichenerhalt stetiger Funktionen
7. Stetige Funktionen auf einem Intervall. Die Sätze über den Erhalt von Intervallen, von BOLZANO-CAUCHY. Der Satz von WEIERSTRASS
8. Die gleichmäßige Stetigkeit
9. Die Ableitung einer Funktion in einem Punkt. Die WEIERSTRASSsche Zerlegungsformel. Differenzierbare Abbildungen
10. Die TAYLOR-Polynome einer Funktion.  $\circ(\cdot)$ , Existenz und Eindeutigkeit
11. Eigenschaften differenzierbarer Funktionen. Die Sätze von FERMAT, ROLLE, LAGRANGE und CAUCHY
12. Die lokale Version und die globale Version der TAYLOR-Formel
13. Partielle Ableitungen einer Funktion mehrerer Variabler. Zusammenhang mit der Differenzierbarkeit
14. Implizite Funktionen und Abbildungen. Der Satz über die implizite Abbildung

15. Lokale Extrema von Funktionen mehrerer Variabler. Allgemeine notwendige und hinreichende Bedingungen
16. Extremwerte mit Nebenbedingungen. LAGRANGE-Multiplikatoren
17. Stammfunktion und unbestimmtes Integral. Substitutionsmethoden und Methode der partiellen Integration
18. Definition des bestimmten Integrals. Integrierbarkeit und ihre Charakterisierung. Integrierbarkeit stetiger und monotoner Funktionen
19. Die Existenz einer Stammfunktion und die NEWTON-LEIBNIZ-Formel
20. Die partielle Integration und die Variablensubstitution im bestimmten Integral
21. Uneigentliche Integrale. Definitionen, Eigenschaften. Vergleichskriterium. CAUCHY-Kriterium
22. Parameterintegrale
23. Punktweise und gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen und -reihen. CAUCHY-Kriterium
24. Eigenschaften der Grenzfunktion einer Funktionenfolge und der Summe einer Funktionenreihe. Hauptresultat über Potenzreihen
25. FOURIER-Reihen. Satz von DIRICHLET
26. JORDAN-Maß und meßbare Mengen in  $\mathbb{R}^2$  und  $\mathbb{R}^3$
27. RIEMANNSches n-faches Integral und Integrierbarkeit. Eigenschaften integrierbarer Funktionen mehrerer Variabler
28. Der Maßverzerrungskoeffizient eines Diffeomorphismus. Beispiel. Die Variablensubstitution in Mehrfachintegralen
29. Glatte Kurven und Oberflächen. Kurvenintegrale und Oberflächenintegrale 1. Art
30. Differentialformen, äußeres Differential, Eigenschaften des äußeren Differentials
31. Variablensubstitution in Differentialformen (Zurückziehen einer Differentialform)
32. Differenzierbare Mannigfaltigkeiten (Definition, Tangentialraum, Orientierung)
33. Integration auf Mannigfaltigkeiten. Integrale 2. Art

34. Der STOKESSche Satz und seine Folgerungen: Integralsätze von GAUSS-GREEN und GAUSS-OSTROGRADSKI
35. Gewöhnliche Differentialgleichungen n-ter Ordnung. Existenz- und Eindeutigkeitsaussagen
36. Exakte Differentialgleichungen Differentialgleichungen mit trennbaren Variablen
37. Lineare Differentialgleichungen. Linear unabhängige Funktionen und Lösungen. WRONSKI-Determinante und fundamentales Lösungssystem. Existenz und Struktur der allgemeinen Lösung einer linearen Differentialgleichung
38. Systeme, insbesondere lineare Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten
39. Der Satz von PICARD-LINDELÖF (Beweisidee)
40. Komplexe Differenzierbarkeit, CAUCHY-RIEMANN-Bedingungen und analytische Funktionen
41. Komplexe Integrale. Der CAUCHYSche Integralsatz und seine Folgerungen
42. Der Residuensatz
43. Partielle Differentialgleichungen. Charakteristikenmethode für partielle Differentialgleichungen erster Ordnung. Klassifikation partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung
44. Parabolische Probleme (Wärmeleitungsgleichung). FOURIER-Methode. Randwertprobleme
45. Hyperbolische Probleme (Wellengleichung). Charakteristisches Dreieck. Die d'ALEMBERTSche Formel. Die POISSON-Formel
46. Wellenausbreitung und das HUYGENSsche Prinzip
47. Elliptische Probleme. Die LAPLACE-Gleichung. Das HOPFSche Maximumprinzip
48. BANACH-Räume, Definition des LEBESGUE-Integrals,  $L^p$ -Räume und SOBOLEV-Räume
49. HILBERT-Räume. Orthogonale Systeme, Basis und FOURIER-Reihen im HILBERT-Raum
50. Lineare stetige Operatoren und Funktionale im BANACH-Raum.

51. Spektrum und Resolvente eines Operators
52. Lineare kompakte Operatoren. Die FREDHOLMsche Alternative
53. Adjungierte und selbstadjungierte Operatoren
54. Kompakte selbstadjungierte Operatoren im HILBERT-Raum

### **Literatur zu den Kapiteln XI und XII:**

1. Meinhold, Wagner. Partielle Differentialgleichungen. MINÖL, Band 8. 1987
2. Kneschke. Differentialgleichungen und Randwertprobleme. Bd II. 1961
3. Smirnov. Lehrgang der höheren Mathematik. Teile II, IV. Dt. Verlag d. Wiss.
4. Göpfert, Riedrich. Funktionalanalysis. Math.für Ing. u. Naturwissenschaftler. 1994
5. Colton. Partial Diferential Equations. 1988
6. Lebedev, Vorovich, Gladwell. Functional Analysis. Applications in mechanics and inverse problems. 1996
7. Trenogin. Funktional Analysis
8. Michlin. Lehrgang der Math. Physik. 1972

Einige Themen, wie etwa einseitige oder unendliche Grenzwerte, Definition und Eigenschaften der wichtigsten elementaren Funktionen, Zahlenreihen, Differentiationsregeln, lokale Extrema reeller Funktionen, JACOBI-Matrix, Partialbruchzerlegung, Anwendungen des bestimmten Integrals: Fläche, Druck, Arbeit, Volumen, Bogenlänge, Statische Momente, Vektorfelder, die Symbole  $\text{rot}$ ,  $\text{grad}$ ,  $\text{div}$ , Rand- und Eigenwertprobleme für gewöhnliche Differentialgleichungen u.a., gehören für einen Physikstudenten im 4. Semester zu den täglich verwendeten mathematischen Instrumentarien und sollten jederzeit abrufbereit sein, oder sie sind in allgemeineren, umfassenderen Themen enthalten. Deshalb sind sie als unmittelbare Prüfungsfragen im Katalog explizit nicht enthalten.

Jede Gruppe sollte mit ihrem Übungsleiter eine Konsultation individuell vereinbaren.