



1. Übung

1. Gegeben seien die drei orthonormalen Einheitsvektoren $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$.

(a) Berechnen Sie:

- $\vec{e}_2 \cdot (\vec{e}_1 + \vec{e}_3)$
- $(7\vec{e}_1 + 5\vec{e}_3) \cdot (2\vec{e}_3 - 15\vec{e}_2)$
- $(2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 6\vec{e}_3) \cdot (10\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3)$

(b) Formulieren Sie Aufgabe (a) in *Matrixschreibweise* und führen Sie die Berechnungen erneut durch.

(c) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$ und $\vec{b} = 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3$.

Welchen Winkel schließen \vec{a} und \vec{b} ein?

Bestimmen Sie einen Vektor \vec{c} so, daß $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ und $\vec{c} \cdot \vec{b} = 0$ gelten.

2. Ein Stein fällt vom Rand in einen Brunnen. Der Aufschlag wird nach der Zeit τ vernommen. Welche Tiefe h hat der Brunnen? (Die Schallgeschwindigkeit sei c).

3. \vec{e}'_1 und \vec{e}'_2 seien zwei orthonormale Basisvektoren, die die x' - und y' -Achse definieren. Ein Massenpunkt durchläuft die Bahnkurve

$$\vec{r}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 \cos \omega t + a_2 \sin \omega t)\vec{e}'_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(-a_1 \cos \omega t + a_2 \sin \omega t)\vec{e}'_2 \equiv x'\vec{e}'_1 + y'\vec{e}'_2$$

($a_1, a_2, \omega > 0, \text{const}$)

(a) Gehen Sie von der Basis \vec{e}'_1, \vec{e}'_2 zu einer neuen (orthonormalen) Basis \vec{e}_1, \vec{e}_2 (d.h. zu neuen x - und y -Achsen) über derart, dass die Parameterdarstellung der Bahnkurve (Parameter ωt) besonders einfach wird.

(b) Welche geometrische Form hat die Bahnkurve?

(c) Berechnen Sie die Beträge von $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t)$, $\vec{a}(t) = \ddot{\vec{r}}(t)$. Welche Beziehung besteht zwischen $\vec{a}(t)$ und $\vec{r}(t)$?

(d) Berechnen Sie $\dot{r} = \frac{d}{dt}|\vec{r}(t)|$.

*(e) Eliminieren Sie den Parameter ωt in der oben gegebenen Bahnkurve und stellen Sie diese dar in der Form

$$x'_i A'_{ij} x'_j = c \quad (\text{Summenkonvention; } x'_i \equiv \vec{e}'_i \cdot \vec{r}, \quad i = 1, 2)$$

Transformieren Sie die Matrix \hat{A} auf Hauptachsen und interpretieren Sie das Ergebnis.