Institut für
Theoretische Physik
Prof. Dr. G. Soff

Theoretische Mechanik SS 04

3. Übung

1. Berechnen Sie die Bogenlänge mit Hilfe des Linienintegrals für

   (a) einen Kreis vom Radius R

   (b) ein Rechteck mit den Seitenlängen a, b

   *(c) eine *Kardioide*, die durch ihre Parameterdarstellung in ebenen Polarkoordinaten gegeben sei: $\rho(\varphi) = a\,(1 + \cos\varphi)$, ($a$-const; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$).
   Hinweis: Finden Sie entweder die Parameterdarstellung in kartesischen Koordinaten oder überlegen Sie sich das Bogenlängenelement ds in ebenen Polarkoordinaten.

2. Ein Teilchen bewegt sich auf einer durch $\vec{r}(t)$ beschriebenen Bahnkurve. Zeigen Sie, dass sich die Beschleunigung $\vec{a}$ mit Hilfe der Geschwindigkeit v und des Krümmungsradiuses R gemäss

$$\boxed{\vec{a} = \dot{v}\,\vec{t} + \frac{v^2}{R}\,\vec{n}}$$

   zerlegen lässt. Unter dem (momentanen) Krümmungsradius R der Bahnkurve versteht man den Radius des Kreisbogens, durch den die Bahnkurve im Zeitintervall $t \ldots t + \mathrm{d}t$ approximiert werden kann. Es gilt $\vec{n} = R\dfrac{\mathrm{d}\vec{t}}{\mathrm{d}s}$.
   Welche Kraft $\vec{F}$ muss also auf das Teilchen wirken, damit es sich auf einer gegebenen Bahnkurve bewegen kann? Diskutieren Sie speziell Bewegungen auf einem Kreis, die

   (a) gleichförmig

   (b) in tangentialer Richtung gleichmässig beschleunigt

   erfolgen (ebene Polarkoordinaten benutzen).

3. Zwischen dem Geschwindigkeitsvektor und dem Ortsvektor gelte der Zusammenhang

$$\dot{\vec{r}} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (\vec{\omega} = \text{const})\,.$$

   Man diskutiere diese Bewegung (*ohne* die Differentialgleichung zu lösen). Welche Bedeutung hat $\vec{\omega}$?