

Theoretische Mechanik im SS 04

Testbogen 2

1. Welche Kraft \vec{F} definiert den ein- und den dreidimensionalen (räumlich isotropen) harmonischer Oszillator? Warum können diese Kräfte jeweils durch ein Potential beschrieben werden und wie lauten die beiden Potentiale? Geben Sie für beide Fälle die die Bewegung beschreibende Differentialgleichung an. Wie lautet die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung für den eindimensionalen Oszillator?
2. Durch welche Transformation wird der Übergang von der Lagrange-Funktion zur Hamilton-Funktion erreicht? Wie lauten die kanonischen Gleichungen? Wie lautet die Hamilton-Funktion für ein freies Teilchen? Wie sieht die Bewegungsgleichung aus, die man dann beim Auswerten der kanonischen Gleichungen erhält?
Geben Sie die Gleichung für die totale Zeitableitung einer mechanischen Observablen \mathcal{O} im Poisson-Klammer-Formalismus an.
3. Berechnen Sie $\frac{\partial r}{\partial x_i}$. Hinweis: $r = |\vec{r}| = \sqrt{\vec{r}^2} = \sqrt{x_j x_j}$ (SUMMENKONVENTION BEACHTEN, INDIZES LAUFEN VON 1 BIS 3).
4. Welche Vektorgleichung verbirgt sich hinter $\dot{x}_i = \epsilon_{ijk} \omega_j x_k$ (SUMMENKONVENTION: INDIZES LAUFEN VON 1 BIS 3) und welche Bewegung kann damit in einem Inertialsystem beschrieben werden ($\omega_l = \text{const}$)? Wie heisst die Kraft, welche diese Bewegung erzwingt? Geben Sie diese Kraft an.
5. Diskutieren Sie mit Hilfe des Gravitationspotentials qualitativ die Bewegungstypen des Kepler Problems. Nutzen Sie zur Veranschaulichung die graphische Darstellung des effektiven Potentials über dem radialen Abstand zum Zentralgestirn für eine Bahn mit einem Drehimpuls $L = L_1$. Wie lautet das effektive Potential des Kepler Problems?
Markieren und klassifizieren Sie klassisch erlaubte bzw. klassisch verbotene Bewegungsbe-
reiche in Abhängigkeit von der Gesamtenergie.
Skizzieren Sie den Verlauf des effektiven Potentials für einen Drehimpuls $L = L_2 > L_1$.
6. Wie lautet die Galilei-Transformation des Ortsvektors \vec{r} wenn man zum Inertialsystem Σ' übergeht, welches sich mit \vec{v}_0 relativ zu Σ bewegt? Mit welcher Geschwindigkeit \vec{v}' bewegt sich ein Teilchen in Σ' , wenn es sich in Σ mit $-\vec{v}$ bewegt?
Welche Transformation tritt an die Stelle der Galilei-Transformation in der speziellen Relativitätstheorie?
- *) Ein kleiner ($R_k = 10^2$ km) und ein grosser ($R_g = 10^4$ km) kugelförmiger Planet gleicher Masse M werden jeweils von einem Raumschiff gleichen Typs mit Masse m auf einer Kreisbahn umkreist. Bahnmittelpunkt ist jeweils der Planetenmittelpunkt und der Umfang der Bahn ist jeweils zwei Meter länger als die jeweilige Äquatorlänge.
In welcher Höhe über der Oberfläche fliegen die beiden Raumschiffe? Wie ist das Verhältnis ihrer Bahngeschwindigkeiten? In welcher Höhe fliegt solch ein Raumschiff bei einem Planeten der Masse M_0 mit dem Radius R_0 ?