

Theoretische Mechanik im SS 04

Testbogen 7

1. Wie sieht das Weg-Zeit-, Geschwindigkeits-Zeit- und Beschleunigungs-Zeit-Gesetz für einen vom Erdboden startenden senkrechten Wurf nach oben aus?
Was gilt für die Wurfhöhe, die Wurfzeit und die Auftreffgeschwindigkeit? Wie sieht die Gesamtenergie beim Abwurf, im Umkehrpunkt und beim Aufprall aus? Wie kann man mit Hilfe des Energiesatzes die Wurfhöhe und Aufprallgeschwindigkeit sehr schnell berechnen?
2. Gegeben ist die Hamilton-Funktion $H = H(q, p, t) = p\dot{q} - L$ mit $L = L(q, \dot{q}, t)$ Lagrange-Funktion. Stellen Sie das totale Differential von H auf. Wie ist der kanonische Impuls p definiert? Was gilt für $\frac{dH}{dt}$? In welchem Fall ist H eine Erhaltungsgrösse?
3. Berechnen Sie $(\vec{a} \times \vec{b})^2$.
4. Wie schreibt man die folgenden Gleichungen kompakt mit Hilfe von Vektoren:
 $a_i a_j \delta_{ij} + a_k b_k = 0$, $c_i = \epsilon_{ijk} a_j b_k$ und $c_i = \epsilon_{ijk} \partial_j F_k$?
Berechnen Sie $(\text{rot } \vec{F})_i$ wobei $F_k = -\partial_k V$. Hinweise: $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ und $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$, so dass $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$ (SUMMENKONVENTION: INDIZES LAUFEN VON 1 BIS 3, $\delta_{nm} = 1$ FÜR $n = m$ SONST $\delta_{nm} = 0$).
5. Was versteht man unter dem skalaren Potential einer Kraft? Welche Bedeutung hat der Sachverhalt, dass man ein Potential $V(\vec{r})$ für diese Kraft finden kann? Geben Sie drei weitere Kriterien an, mit denen man diesen Sachverhalt überprüfen kann.
Zeigen Sie $\frac{d}{dt} V(\vec{r}) = -\vec{F} \cdot \dot{\vec{r}}$.
Welche Kraft liegt vor, wenn sie durch ein Potential beschrieben wird mit $V(\vec{r}) = V(r)$?
6. Welche Transformation beschreibt den Übergang von einem Inertialsystem Σ zu einem Inertialsystem Σ' in der speziellen Relativitätstheorie? Wie lauten die Transformationsformeln bei einer Transformation entlang der x Achse? Welchen Wert hat die Lichtgeschwindigkeit im neuen System?
- *) Berechnen Sie $\vec{\nabla} \cdot (f(r) \vec{r})$ mit $r = |\vec{r}|$ und $f(r)$ als Funktion, die nur vom Betrag des Ortsvektors abhängt.