

Theoretische Mechanik

7. Übung

7.1 Pendel im Fahrstuhl

In einem Fahrstuhl, der in vertikaler Richtung gleichmäßig beschleunigt wird, befindet sich ein mathematisches Pendel. Bestimmen Sie die Schwingungsdauer in Abhängigkeit von der Beschleunigung $\vec{a} = a\vec{e}_z$!

7.2 Rotierendes Bezugssystem

Betrachtet werden zwei Koordinatensysteme Σ und Σ' , von denen sich das zweite relativ zum ersten mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um die gemeinsame z-Achse dreht, wobei zum Zeitpunkt $t=0$ die Systeme zusammenfallen sollen.

- Stellen Sie die Basisvektoren des gestrichenen Systems durch \vec{e}'_x, \vec{e}'_y und \vec{e}'_z durch die Basisvektoren des ungestrichenen Systems \vec{e}_x, \vec{e}_y und \vec{e}_z dar und umgekehrt.
- Ein Körper bewege sich in Σ geradlinig und gleichförmig entlang der x-Achse, wobei er sich bei $t=0$ im Ursprung befindet. Welche Kraft wirkt auf ihn?
- Berechnen Sie die Bahnkurve \vec{r}' im rotierenden System! Fertigen Sie eine Skizze an!
- Welche Kraft erfährt der Körper im rotierenden System?

7.3 Winkelabweichung der Erdbeschleunigung

Ein Körper befinde sich an einem Punkt der Erdoberfläche mit der nördlichen Breite θ in Ruhe.

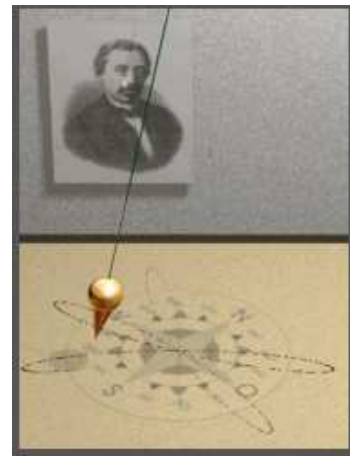
- Welche Kräfte wirken auf ihn (von einem Erdenbürger aus betrachtet!)?
- Vergleichen Sie die Beträge der auftretenden Kräfte! Welcher kleine Parameter läßt sich bilden?
- Bestimmen Sie die Betragsabweichung der (scheinbaren) Erdbeschleunigung g der rotierenden Erde von derjenigen \tilde{g} , die bei einer ruhenden Erde auftreten würde. Gehen Sie dabei von der vereinfachenden Annahme aus, daß die Erde eine starre, homogene Kugel sei.
Hinweis: Der Erdradius ist $r_E = 6,37 \cdot 10^6$ m, die Masse der Erde $M = 5,9736 \cdot 10^{24}$ kg, und die Dauer eines Sternentages (volle Erdrotation vom Fixsternsystem aus beurteilt) d^* ist 86164s.

- d) Wie hängt die Winkelabweichung $\delta\theta$ von der geographischen Breite θ ab?
- e) Diskutieren Sie qualitativ die Form der Äquipotentialflächen der resultierenden Gesamtkraft? Was wird passieren, wenn die Erde als plastisch deformierbarer Körper angenommen wird?

7.4 FOUCAULTSches Pendel

Es soll die Bewegung eines mathematischen Pendels der Länge l , und der Masse m) auf der mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \text{konst.}$ rotierenden Erde näherungsweise berechnet werden. Der Koordinatenursprung des Bezugssystems Σ' werde in den Aufhängepunkt des Pendels gelegt, der sich an einem Ort auf nördlicher geografischer Breite θ befindet. Die z' - Achse zeige vom Erdmittelpunkt weg, die x' -Achse weise nach Süden, die y' -Achse nach Osten.

- a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die Koordinaten auf. Begründen Sie, dass Terme der Ordnung ω^2 vernachlässigbar sind. Vernachlässigen Sie ferner die vertikale Bewegung des Pendels (Weshalb ist dies sinnvoll?). Bestimmen Sie mit diesen Näherungen die linearisierten Bewegungsgleichungen.
- b) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für die Größe $Z \equiv x' + i \cdot y'$ mit den Anfangsbedingungen $x'(0) = a$, $y'(0) = 0$, $\dot{x}'(0) = \dot{y}'(0) = 0$ und interpretieren Sie das Ergebnis.



Anmerkung: Diesen Versuch führte J.B.L. Foucault 1851 in seinem Keller und später mit den Werten $m = 28\text{kg}$, $l = 67\text{m}$ im Pantheon in Paris ($48^\circ 50' 46''$ nördlicher Breite, $2^\circ 20' 46''$ östlicher Länge) aus, um die Erdrotation augenfällig zu demonstrieren. Die Priorität gebührt allerdings Vincenzo Viviani, der solche Versuche schon 1661 durchführte. Die Abbildung ist von http://de.wikipedia.org/wiki/Bild:Foucault_pendulum_animated.gif.